

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-технічний факультет
Кафедра комп'ютерних систем і мереж

Курсова робота

з курсу “Прикладна теорія цифрових автоматів”
на тему:

**Синтез комбінаційних схем.
Синтез абстрактних автоматів**

Варіант №1.1

студента 2-го курсу
спеціальності КСМ
Ботоша Йосипа
Йосиповича

Науковий керівник:
доц. Король І. Ю.

Ужгород – 2007

Зміст

Вступ.....	3
I. Синтез комбінаційних схем.....	4
II. Синтез автоматів.....	20
III. Висновки.....	23
IV. Література.....	24

Вступ

У наш час проходить інтенсивний розвиток інформаційних технологій. Створення комп'ютерів зводиться до проектування логічних схем. Оптимальна модель таких схем і визначає швидкодію і надійність обчислюваних машин.

Прикладна теорія цифрових автоматів (ПТЦА) – це наукова дисципліна, яка вивчає теоретичні основи синтезу і аналізу схем комп'ютерів і засоби їхньої технічної реалізації. Удосконалення архітектури комп'ютерів якісно підвищує їхню продуктивність та надійність.

Дана курсова робота складається з двох частин:

- **синтез комбінаційних схем**, де розгляються основні методи представлення, аналізу, мінімізації булевих функцій та їх синтезу за допомогою логічних схем;
- **синтез автоматів**, де проілюстровано структурний синтез автомата Мілі.

I. Синтез комбінаційних схем

1 Булеві функції f_1 , f_2 , f_3 , f_4 представлені за допомогою таблиць істинності.

№	x_3	x_2	x_1	x_0	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1
2	0	0	1	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1	0	1
4	0	1	0	0	1	0	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1	0	1	0
9	1	0	0	1	1	1	1	1
10	1	0	1	0	0	0	0	0
11	1	0	1	1	0	1	0	1
12	1	1	0	0	1	1	1	1
13	1	1	0	1	0	1	0	0
14	1	1	1	0	0	1	0	1
15	1	1	1	1	1	1	1	0

Перевірити наявність фіктивних аргументів у функції f_3 та f_4 , аналізуючи відповідні таблиці істинності.

Перевіримо наявність фіктивних змінних у функції f_3 .

Розглянемо змінну x_0 . На наборах (0,1,0,0) та (0,1,0,1) змінна x_0 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими, а значення функції f_3 змінюється ($f_3(0,1,0,0)=0$, $f_3(0,1,0,1)=1$). Це означає, що змінна x_0 є істотною для функції f_3 .

Розглянемо змінну x_1 . На наборах (0,0,0,0) та (0,0,1,0) змінна x_1 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими, а значення функції f_3 змінюється ($f_3(0,0,0,0)=1$, $f_3(0,0,1,0)=0$). Це означає, що змінна x_1 є істотною для функції f_3 .

Розглянемо змінну x_2 . На наборах (0,0,0,1) та (0,1,0,1) змінна x_2 змінює своє значення з 1 на 0, інші змінні залишаються сталими, а значення функції f_3 змінюється ($f_3(0,0,0,1)=1$, $f_3(0,1,0,1)=0$). Це означає, що змінна x_2 є істотною для функції f_3 .

Розглянемо змінну x_3 :

$$f_3(x_3, 0, 0, 0) = f_3(0, 0, 0, 0) = f_3(1, 0, 0, 0) = 1$$

$$f_3(x_3, 0, 0, 1) = f_3(0, 0, 0, 1) = f_3(1, 0, 0, 1) = 1$$

$$f_3(x_3, 0, 1, 0) = f_3(0, 0, 1, 0) = f_3(1, 0, 1, 0) = 0$$

$$f_3(x_3, 0, 1, 1) = f_3(0, 0, 1, 1) = f_3(1, 0, 1, 1) = 0$$

$$f_3(x_3, 1, 0, 0) = f_3(0, 1, 0, 0) = f_3(1, 1, 0, 0) = 1$$

$$f_3(x_3, 1, 0, 1) = f_3(0, 1, 0, 1) = f_3(1, 1, 0, 1) = 0$$

$$f_3(x_3, 1, 1, 0) = f_3(0, 1, 1, 0) = f_3(1, 1, 1, 0) = 0$$

$$f_3(x_3, 1, 1, 1) = f_3(0, 1, 1, 1) = f_3(1, 1, 1, 1) = 1.$$

Розглянувши значення функції на всіх можливих наборах, можна бачити, що значення функції f_3 не залежить від змінної x_3 , тобто ця змінна є фіктивною.

Отже, функція f_3 є виродженою, оскільки вона має один фіктивний аргумент – змінну x_3 .

Перевіримо наявність фіктивних змінних у функції f_4 .

Розглянемо змінну x_0 . На наборах $(1,0,0,0)$ та $(1,0,0,1)$ змінна x_0 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими, а значення функції f_4 змінюється ($f_4(1,0,0,0)=0$, $f_4(1,0,0,1)=1$). Це означає, що змінна x_0 є істотною для функції f_4 .

Розглянемо змінну x_1 .

$$f_4(0,0,x_1,0)=f_4(0,0,0,0)=f_4(0,0,1,0)=1$$

$$f_4(0,0,x_1,1)=f_4(0,0,0,1)=f_4(0,0,1,1)=1$$

$$f_4(0,1,x_1,0)=f_4(0,1,0,0)=f_4(0,1,1,0)=0$$

$$f_4(0,1,x_1,1)=f_4(0,1,0,1)=f_4(0,1,1,1)=0$$

$$f_4(1,0,x_1,0)=f_4(1,0,0,0)=f_4(1,0,1,0)=0$$

$$f_4(1,0,x_1,1)=f_4(1,0,0,1)=f_4(1,0,1,1)=1$$

$$f_4(1,1,x_1,0)=f_4(1,1,0,0)=f_4(1,1,1,0)=1$$

$$f_4(1,1,x_1,1)=f_4(1,1,0,1)=f_4(1,1,1,1)=0$$

Розглянувши значення функції на всіх можливих наборах, можна бачити, що значення функції f_4 не залежить від змінної x_1 , тобто ця змінна є фіктивною.

Розглянемо змінну x_2 . На наборах $(0,0,0,0)$ та $(0,1,0,0)$ змінна x_2 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими, а значення функції f_4 змінюється ($f_4(0,0,0,0)=1$, $f_4(0,1,0,0)=0$). Це означає, що змінна x_2 є істотною для функції f_4 .

Розглянемо змінну x_3 . На наборах $(0,1,0,0)$ та $(1,1,0,0)$ змінна x_3 змінює своє значення з 0 на 1, інші змінні залишаються сталими, а значення функції f_4 змінюється ($f_4(0,1,0,0)=0$, $f_4(1,1,0,0)=1$). Це означає, що змінна x_3 є істотною для функції f_4 .

Отже, функція f_3 є виродженою, оскільки вона має один фіктивний аргумент – змінну x_1 .

2 Булеві функції представити у вигляді таких канонічних форм:

2.1. функцію f_1 у ДДНФ;

$$F(A, B, C, D) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} C \overline{D} + \overline{A} B \overline{C} \overline{D} + \overline{A} B C D + A \overline{B} \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} \overline{C} D + A B \overline{C} \overline{D} + A B C D$$

2.2. функцію f_2 у ДКНФ;

$$F(A, B, C, D) = (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + B + C + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + C + \overline{D})$$

2.3. функцію f_3 у вигляді поліному Жегалкіна

Канонічний поліном Жегалкіна – це поліном вигляду $f(x_{n-1}, \dots, x_1, x_0) = a_0 \oplus a_1 x_0 \oplus a_2 x_1 \oplus \dots \oplus a_n x_{n-1} \oplus a_{12} x_0 x_1 \oplus a_{13} x_0 x_1 \oplus \dots \oplus a_{01\dots n-1} x_0 x_1 \dots x_{n-1}$, де $a_i = \{0, 1\}$.

Для функції від чотирьох змінних в загальному випадку поліном Жегалкіна має такий вигляд:

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_{12} \oplus a_3 \oplus a_{13} \oplus a_{23} \oplus a_{123} \oplus a_4 \oplus a_{14} \oplus a_{24} \oplus a_{124} \oplus a_{34} \oplus a_{134} \oplus a_{234} \oplus a_{1234}$$

Щоб записати функцію f_3 у вигляді поліному Жегалкіна, знайдемо коефіцієнти a_i :

$x_4 x_3 x_2 x_1$	Обчислення	Коеф. a
0000	$1 = a_0^1$	1
0001	$1 = a_0^1 \oplus a_1^0$	0
0010	$0 = a_0^1 \oplus a_2^1$	1
0011	$0 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^1 \oplus a_{12}^0$	0
0100	$1 = a_0^1 \oplus a_3^0$	0
0101	$0 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_3^0 \oplus a_{13}^1$	1
0110	$0 = a_0^1 \oplus a_2^1 \oplus a_3^0 \oplus a_{23}^0$	0
0111	$1 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^1 \oplus a_{12}^0 \oplus a_3^0 \oplus a_{13}^1 \oplus a_{23}^0 \oplus a_{123}^0$	0
1000	$1 = a_0^1 \oplus a_4^0$	0
1001	$1 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_4^0 \oplus a_{14}^0$	0
1010	$0 = a_0^1 \oplus a_2^1 \oplus a_4^0 \oplus a_{24}^0$	0
1011	$0 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^1 \oplus a_{12}^0 \oplus a_4^0 \oplus a_{14}^0 \oplus a_{24}^0 \oplus a_{124}^0$	0
1100	$1 = a_0^1 \oplus a_3^0 \oplus a_4^0 \oplus a_{34}^0$	0
1101	$0 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_3^0 \oplus a_{13}^1 \oplus a_4^0 \oplus a_{14}^0 \oplus a_{34}^0 \oplus a_{134}^0$	0
1110	$0 = a_0^1 \oplus a_2^1 \oplus a_3^0 \oplus a_{23}^0 \oplus a_4^0 \oplus a_{24}^0 \oplus a_{34}^0 \oplus a_{234}^0$	0
1111	$a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^1 \oplus a_{12}^0 \oplus a_3^0 \oplus a_{13}^1 \oplus a_{23}^0 \oplus a_{123}^0 \oplus a_4^0 \oplus a_{14}^0 \oplus a_{24}^0 \oplus a_{124}^0 \oplus a_{34}^0 \oplus a_{134}^0 \oplus a_{234}^0 \oplus a_{1234}^0$	0

Отже поліном Жегалкіна для f_3 має вигляд:

$$f(x_4, x_3, x_2, x_1) = 1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_3$$

- 3 Використовуючи розклад Шеннона, представити функцію f_4 за допомогою функції від двох змінних

$$\begin{aligned} F_4 &= \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} \overline{C} D + \overline{A} \overline{B} C \overline{D} + \overline{A} \overline{B} C D + A \overline{B} \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} \overline{C} D + A \overline{B} C \overline{D} + A \overline{B} C D = \\ &= \overline{A} \overline{B} (\overline{C} \overline{D} + \overline{C} D + C \overline{D} + C D) + A \overline{B} (\overline{C} \overline{D} + \overline{C} D + C \overline{D} + C D) = \\ &= \overline{A} \overline{B} + A \overline{B} D + A B \overline{D} \end{aligned}$$

- 4 Для кожної з функцій f_1, f_2, f_3, f_4 визначити їх належність до п'яти передповних класів. Проаналізувати можливість створення з цих функцій функціонально повної системи.

Функціонально повною системою булевих функцій (базисом) називається сукупність таких булевих функцій $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, що будь-яка логічна функція може бути виражена через функції цієї сукупності за допомогою принципу суперпозиції.

Множина всіх функцій, що є суперпозиціями функцій деякого класу F , і лише їх, називається **замиканням** цього класу й позначається $[F]$.

Множина функцій S називається *передповним класом* алгебри A , якщо $[S] \neq F$ і для будь-якої функції f з множини $F \setminus S$ набір $S \cup \{f\}$ є повним: $[S \cup \{f\}] = F$.

Коротко розглянемо кожний із п'яти передповних класів.

Клас функцій, які зберігають нуль (K_0). Якщо функція на нульовому наборі дорівнює нулю, то кажуть, що функція зберігає нуль: $f(0, 0, \dots, 0) = 0$.

Клас функцій, які зберігають одиницю (K_1). Якщо функція на одиничному наборі дорівнює одиниці, то кажуть, що функція зберігає одиницю: $f(1, 1, \dots, 1) = 1$.

Клас самодвоїстих функцій (K_c). Логічна функція є самодвоїстою, якщо на кожній парі протилежних наборів вона приймає протилежні значення, тобто $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \overline{f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)}$.

Клас лінійних функцій (K_l). Логічна функція називається лінійною, якщо вона може бути подана у вигляді полінома Жегалкіна першого степеня:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = k_0 \oplus k_1 x_1 \oplus k_2 x_2 \oplus \dots \oplus k_n x_n.$$

Теорема. Для будь-якої булевої функції існує єдиний поліном Жегалкіна.

Клас монотонних функцій (K_m). Логічна функція називається монотонною, якщо для будь-яких двох двійкових наборів α і β , що задовольняють умову $\alpha \leq \beta$, справджується нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$.

Теорема. Булева функція, відмінна від константи 0 і 1, є монотонною, якщо і тільки якщо вона може бути зображена формулою булевої алгебри без заперечень.

Теорема Поста:

Теорема 1. Для того щоб система логічних функцій була функціонально повною, необхідно і достатньо, щоб ця система містила хоча би одну функцію, що: **не зберігає нуль, не зберігає одиницю, не є самодвоїстою, не є лінійною, не є монотонною.**

Теорема 2. Система булевих функцій є функціонально повною тоді і тільки тоді, коли вона повністю не міститься ні в одному з передповних класів.

Базис називається мінімальним, якщо видалення хоча би однієї функції перетворює систему в неповну.

Проаналізуємо належність функції f_1 до п'яти предповних класів.

K_0 : $f_1(0,0,0,0)=1$, функція на нульовому наборі не дорівнює нулю, отже функція не зберігає нуль.

K_1 : $f_1(1,1,1,1)=1$, функція на одиничному наборі дорівнює одиниці, отже функція зберігає одиницю.

K_c : Розглянемо значення функції на нульовому та одиничному наборах. Якщо б функція була самодвоїстою, то тоді повинна виконуватися рівність $f(0,0,0,0)=f(\overline{0},\overline{0},\overline{0},\overline{0})$, тобто $f(0,0,0,0)=f(1,1,1,1)$, $1=\overline{1}$. Оскільки рівність не виконується, то функція f_1 не є самодвоїстою.

K_l : Знайдемо коефіцієнти a_i .

$x_4 x_3 x_2 x_1$	Обчислення	Коеф. a
0000	$1=a_0^1$	1
0001	$0=a_0^1 \oplus a_1^1$	1
0010	$1=a_0^1 \oplus a_2^0$	0
0011	$0=a_0^1 \oplus a_1^1 \oplus a_2^0 \oplus a_{12}^0$	0
0100	$1=a_0^1 \oplus a_3^0$	0
0101	$0=a_0^1 \oplus a_1^1 \oplus a_3^0 \oplus a_{13}^0$	0
0110	$0=a_0^1 \oplus a_2^0 \oplus a_3^0 \oplus a_{23}^1$	1

Оскільки коефіцієнт $a_{23}=1$, то поліном Жигалкіна для функції f_1 має вигляд $f_1=1 \oplus x_1 \oplus x_{23} \oplus \dots$, тобто даний поліном не першого степеня, тому функція f_1 не є лінійною.

K_m : Розглянемо значення функції на наборах $\alpha=(0,0,0,0)$ та $\beta=(0,0,0,1)$, причому $\alpha \leq \beta$. Якщо функція f_1 монотонна, то $f(\alpha) \leq f(\beta)$. Підставивши значення функції на наборах ($f(\alpha)=1$, $f(\beta)=0$), отримаємо $1 \leq 0$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція f_1 не є монотонною.

Проаналізуємо належність функції f_2 до п'яти предповних класів.

K_0 : $f_2(0,0,0,0)=1$, функція на нульовому наборі не дорівнює нулю, отже функція не зберігає нуль.

K_1 : $f_2(1,1,1,1)=1$, функція на одиничному наборі дорівнює одиниці, отже функція зберігає одиницю.

K_c : Розглянемо значення функції на нульовому та одиничному наборах. Якщо б функція була самодвоїстою, то тоді повинна виконуватися рівність $f(0,0,0,0)=f(\overline{0},\overline{0},\overline{0},\overline{0})$, тобто $f(0,0,0,0)=f(1,1,1,1)$, $1=\overline{1}$. Оскільки рівність не виконується, то функція f_2 не є самодвоїстою.

K_l : Знайдемо коефіцієнти a_i .

$x_4 x_3 x_2 x_1$	Обчислення	Коеф. a
0000	$1=a_0^1$	1
0001	$1=a_0^1 \oplus a_1^0$	0
0010	$0=a_0^1 \oplus a_2^1$	1

0011	$1 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^1 \oplus a_{12}^1$	1
------	---	---

Оскільки коефіцієнт $a_{12}=1$, то поліном Жигалкіна для функції f_2 має вигляд $f_2=1 \oplus x_2 \oplus x_{12} \oplus \dots$, тобто даний поліном не першого степеня, тому функція f_2 не є лінійною.

K_m : Розглянемо значення функції на наборах $\alpha=(0,0,0,0)$ та $\beta=(0,0,1,0)$, причому $\alpha \leq \beta$. Якщо функція f_2 монотонна, то $f(\alpha) \leq f(\beta)$. Підставивши значення функції на наборах ($f(\alpha)=1$, $f(\beta)=0$), отримаємо $1 \leq 0$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція f_2 не є монотонною.

Проаналізуємо належність функції f_3 до п'яти предповних класів.

K_0 : $f_3(0,0,0,0)=1$, функція на нульовому наборі не дорівнює нулю, отже функція не зберігає нуль.

K_1 : $f_3(1,1,1,1)=1$, функція на одиничному наборі дорівнює одиниці, отже функція зберігає одиницю.

K_c : Розглянемо значення функції на нульовому та одиничному наборах. Якщо б функція була самодвоїстою, то тоді повинна виконуватися рівність $f(0,0,0,0)=f(\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0})$, тобто $f(0,0,0,0)=f(1,1,1,1)$, $1=\bar{1}$. Оскільки рівність не виконується, то функція f_3 не є самодвоїстою.

K_l : Знайдемо коефіцієнти a_i .

$x_4 x_3 x_2 x_1$	Обчислення	Коеф. a
0000	$1 = a_0^1$	1
0001	$1 = a_0^1 \oplus a_1^0$	0
0010	$0 = a_0^1 \oplus a_2^1$	1
0011	$0 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^1 \oplus a_{12}^0$	0
0100	$1 = a_0^1 \oplus a_3^0$	0
0101	$0 = a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_3^0 \oplus a_{13}^1$	1

Оскільки коефіцієнт $a_{13}=1$, то поліном Жигалкіна для функції f_3 має вигляд $f_3=1 \oplus x_2 \oplus x_{13} \oplus \dots$, тобто даний поліном не першого степеня, тому функція f_3 не є лінійною.

K_m : Розглянемо значення функції на наборах $\alpha=(0,0,0,0)$ та $\beta=(0,0,1,0)$, причому $\alpha \leq \beta$. Якщо функція f_3 монотонна, то $f(\alpha) \leq f(\beta)$. Підставивши значення функції на наборах ($f(\alpha)=1$, $f(\beta)=0$), отримаємо $1 \leq 0$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція f_3 не є монотонною.

Проаналізуємо належність функції f_4 до п'яти предповних класів.

K_0 : $f_4(0,0,0,0)=1$, функція на нульовому наборі не дорівнює нулю, отже функція не зберігає нуль.

K_1 : $f_4(1,1,1,1)=0$, функція на одиничному наборі не дорівнює одиниці, отже функція не зберігає одиницю.

K_c : Розглянемо значення функції на наборах $(0,0,0,1)$ і $(1,1,1,0)$. Якщо б функція була самодвоїстою, то тоді повинна виконуватися рівність

$f(0,0,0,1)=\overline{f(0,0,0,1)}=\overline{f(1,1,1,0)}$, тобто $f(0,0,0,1)=\overline{f(1,1,1,0)}$, $1=\overline{1}$. Оскільки рівність не виконується, то функція f_4 не є самодвоїстою.

K_l : Знайдемо коефіцієнти a_i .

$x_4 x_3 x_2 x_1$	Обчислення	Коеф. a
0000	$1=a_0^1$	1
0001	$1=a_0^1 \oplus a_1^0$	0
0010	$1=a_0^1 \oplus a_2^0$	0
0011	$1=a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^0 \oplus a_{12}^0$	0
0100	$0=a_0^1 \oplus a_3^1$	1
0101	$0=a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_3^1 \oplus a_{13}^0$	0
0110	$0=a_0^1 \oplus a_2^0 \oplus a_3^1 \oplus a_{23}^0$	0
0111	$0=a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_2^0 \oplus a_{12}^0 \oplus a_3^1 \oplus a_{13}^0 \oplus a_{23}^0 \oplus a_{123}^0$	0
1000	$0=a_0^1 \oplus a_4^1$	1
1001	$1=a_0^1 \oplus a_1^0 \oplus a_4^1 \oplus a_{14}^1$	1

Оскільки коефіцієнт $a_{14}=1$, то поліном Жигалкіна для функції f_4 має вигляд $1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_1 x_4 \oplus \dots$, тобто даний поліном не першого степеня, тому функція f_4 не є лінійною.

K_m : Розглянемо значення функції на наборах $\alpha=(0,0,0,0)$ та $\beta=(0,1,0,0)$, причому $\alpha \leq \beta$. Якщо функція f_4 монотонна, то $f(\alpha) \leq f(\beta)$. Підставивши значення функції на наборах ($f(\alpha)=1$, $f(\beta)=0$), отримаємо $1 \leq 0$, тобто нерівність $f(\alpha) \leq f(\beta)$ не справджується і функція f_4 не є монотонною.

Функція	Класи				
	K_0	K_1	K_c	K_l	K_m
f_1	-	+	-	-	-
f_2	-	+	-	-	-
f_3	-	+	-	-	-
f_4	-	-	-	-	-

Як можна побачити з таблиці, функція f_4 повністю задовільняє умові теореми, тобто з неї може бути побудована функціонально повна система.

4 Виконати мінімізацію булевих функцій:

4.1 функції $f_1 - f_4$ - методом К-карт

f_1 :

	$\bar{d}$	d		$\bar{d}$	
$\bar{c}$	0000			0100	$\bar{a}$
c	0010		0111		$\bar{a}$
c			1111		a
$\bar{c}$	1000	1001		1100	a
	$\bar{b}$		b		

0000			
1000			
0100	0111	1000	0000
1100	1111	1001	0010
**00	*111	100*	00*0

$$F_{\min} = \bar{C}\bar{D} + BCD + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{D}$$

f_2 :

	$\bar{d}$	d		$\bar{d}$	
$\bar{c}$	0000	0001			$\bar{a}$
c		0011	0111		$\bar{a}$
c		1011	1111	1110	a
$\bar{c}$		1001	1101	1100	a
	$\bar{b}$		b		

0011	0001	1111	
0111	0011	1110	
1011	1011	1101	0000
1111	1001	1100	0001
11	*0*1	11	000*

$$F_{\min} = CD + \bar{B}D + AB + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$f_3 :$

	$\bar{d}$	d	$\bar{d}$	
$\bar{c}$	0000	0001	0100	$\bar{a}$
c			0111	$\bar{a}$
c			1111	a
$\bar{c}$	1000	1001	1100	a
	$\bar{b}$	b		

0000	0000	
0001	1000	
1000	0100	0111
1001	1100	1111
00	**00	*111

$$F_{\min} = \bar{B}\bar{C} + \bar{C}\bar{D} + BCD$$

$f_4 :$

	$\bar{d}$	d	$\bar{d}$	
$\bar{c}$	0000	0001		$\bar{a}$
c	0010	0011		$\bar{a}$
c		1011	1110	a
$\bar{c}$		1001	1100	a
	$\bar{b}$	b		

0000	0001	
0001	0011	
0010	1011	1110
0011	1001	1100
00**	*0*1	11*0

$$F_{\min} = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}D + ABD$$

4.2 функцією f_2 – методом Квайна-Мак-Класкі

1. Запишемо номери наборів, на яких функція f_2 дорівнює одиниці, у вигляді двійкових наборів (мінтермів): 0000, 0001, 0011, 0111, 1001, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111. Утворимо групи по кількості одиниць у наборах і занесемо у таблицю. Сусідні групи склеюємо і заносимо у іншу таблицю.

№ групи	Мінтерми
0	0000
1	0001
2	0011, 1001, 1100
3	0111, 1011, 1101, 1110
4	1111

№ груп	Склейки
0-1	000*
1-2	00*1, *001
2-3	0*11, *011, 10*1, 1*01, 110*, 11*0
3-4	*111, 1*11, 11*1, 111*

2. Згрупуємо імпліканти по розташуванню зірочки на однакових позиціях і виконуємо склеювання утворених груп.

№ групи	Набори груп
1	*001, *011, *111
2	0*11, 1*01, 1*11
3	00*1, 10*1, 11*0, 11*1
4	110*, 111*, 000*

Склейки
*0*1, **11
11, 11
*0*1, 11**
11**

3. Знову згрупуємо імпліканти по розташуванню зірочок.

№ групи	Набори груп
1_2	**11
1_3	*0*1
2_3	1**1
3_4	11**

4. З таблиці видно, що подальші склейки не можливі, тому не закреслені імпліканти заносимо у імплікантну таблицю.

Імплі- канти	Мінтерми									
	0000	0001	0011	0111	1001	1011	1100	1101	1110	1111
000*	+	+								
**11			+	+		+				+
*0*1		+	+		+	+				
1**1					+	+		+		+
11**							+	+	+	+

5. За імплікантною таблицею визначаємо, які прості імпліканти відповідають мінімальній ДНФ функції f_2 : 000*, **11, *0*1, 11**.

Можлива також інша комбінація: 000*, **11, 1**1, 11**.

6. Таким чином запишемо функцію у буквенному вигляді

$$F_{\min} = CD + \overline{B}D + AB + \overline{A}\overline{B}\overline{C},$$

або

$$F_{\min} = CD + AD + AB + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

4.3 функцію за допомогою карт Карно (діаграм Вейча), при цьому значення функції на наборах з номерами J вважати невизначеним.

N	1	2	3	4	6	7	8	9	11	12
F	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0

Карта Карно для функції від чотирьох змінних має вигляд:

	00	01	11	10
00	0000	0001	0011	0010
01	0100	0101	0111	0110
11	1100	1101	1111	1110
10	1000	1001	1011	1010

	00	01	11	10
00	?	0	1	0
01	0	?	1	1
11	0	?	?	?
10	0	1	1	?

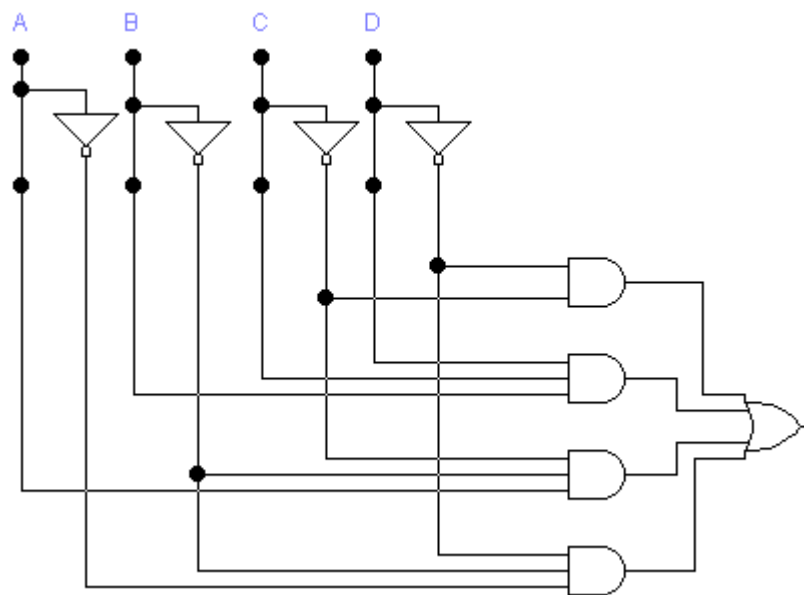
0011	1101	0111
0111	1111	0110
1111	1001	1111
1011	1011	1110
11	11	*11*

$$F_{\min} = CD + AD + BC$$

5 Провести синтез комбінаційних схем, що реалізують булеві функції:

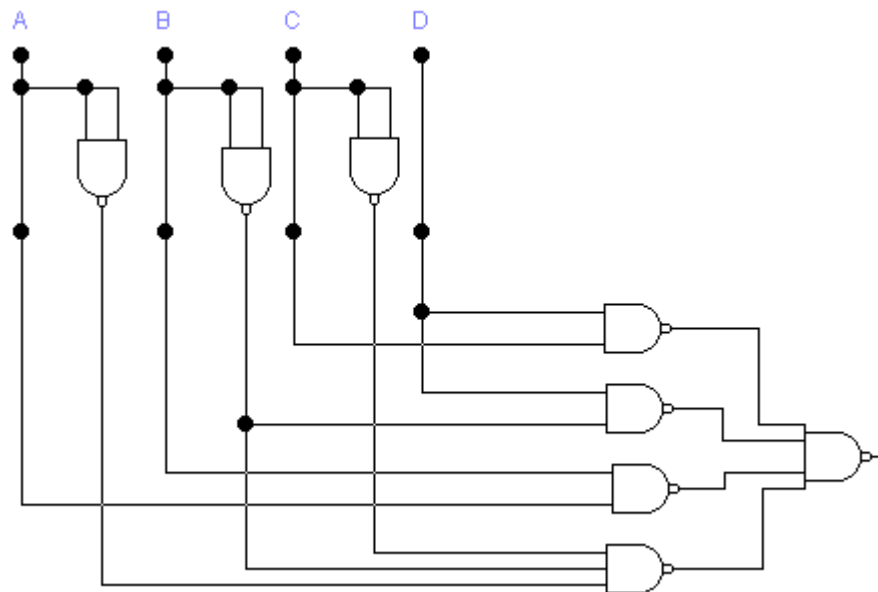
5.1 функцію f_1 у базисі І-АБО-НЕ

$$F_1 = \overline{C}\overline{D} + BCD + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$$



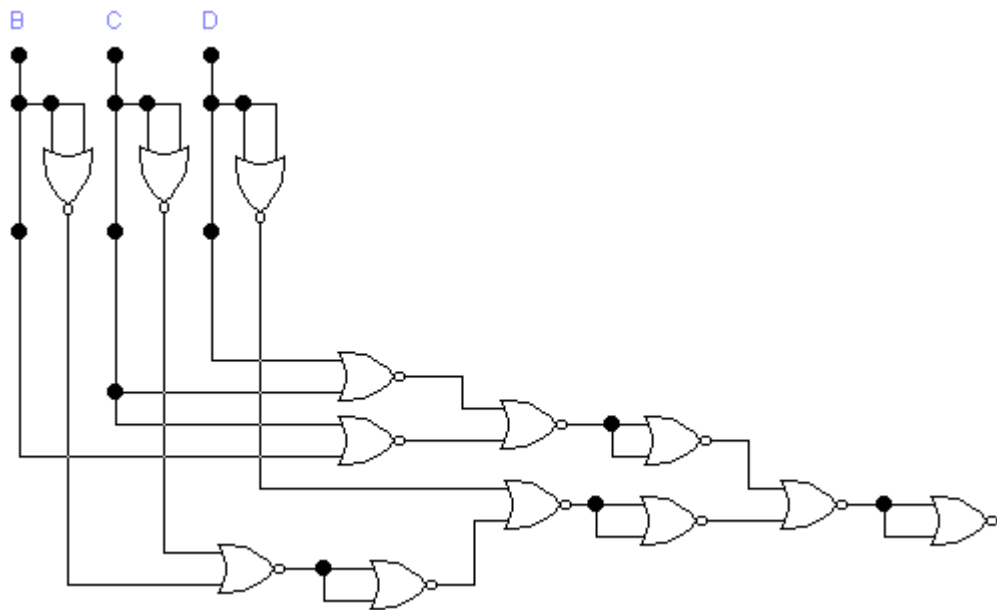
5.2 функцію f_2 у базисі І-НЕ

$$F_2 = CD + \overline{B}D + AB + \overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{\overline{CD} \cdot \overline{\overline{B}D} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}}}$$



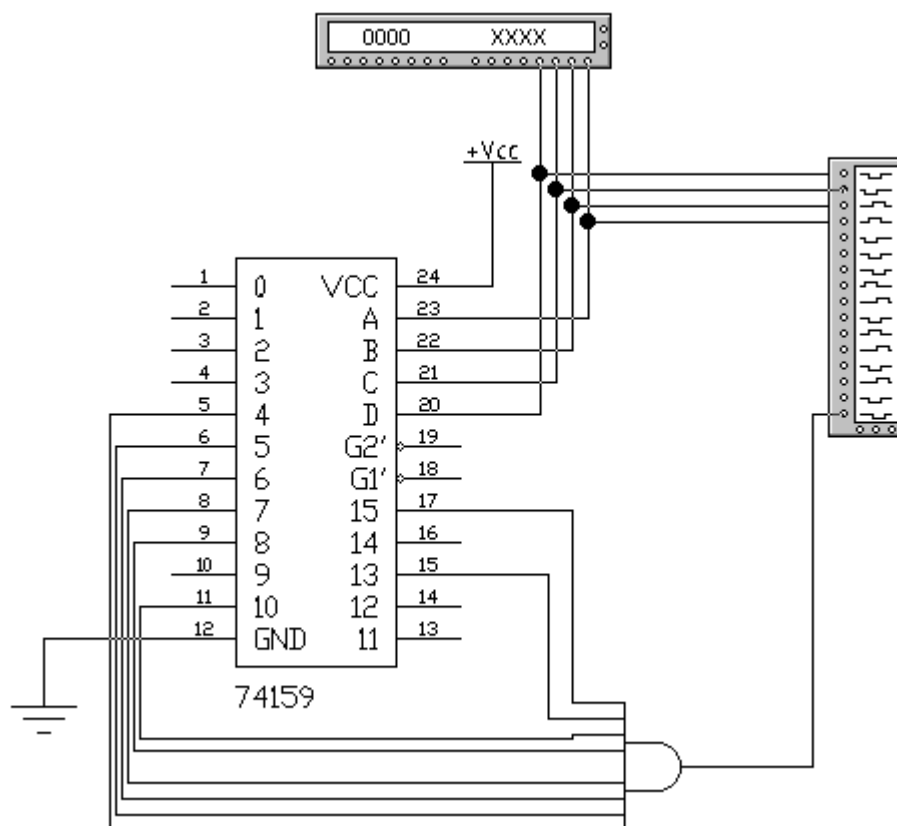
5.3 функцію f_3 у базисі АБО-НЕ, при цьому використати дільки двовходові елементи

$$F_3 = \overline{B}\overline{C} + \overline{C}\overline{D} + BCD = \overline{\overline{\overline{B} + \overline{C}} + \overline{\overline{C} + \overline{D}}} + \overline{\overline{\overline{B} + \overline{C}} + \overline{\overline{C} + \overline{D}}} = \overline{\overline{B} + \overline{C} + \overline{C} + \overline{D}} + \overline{\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}} = \overline{\overline{B} + \overline{C} + \overline{C} + \overline{D}} + \overline{\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}}$$

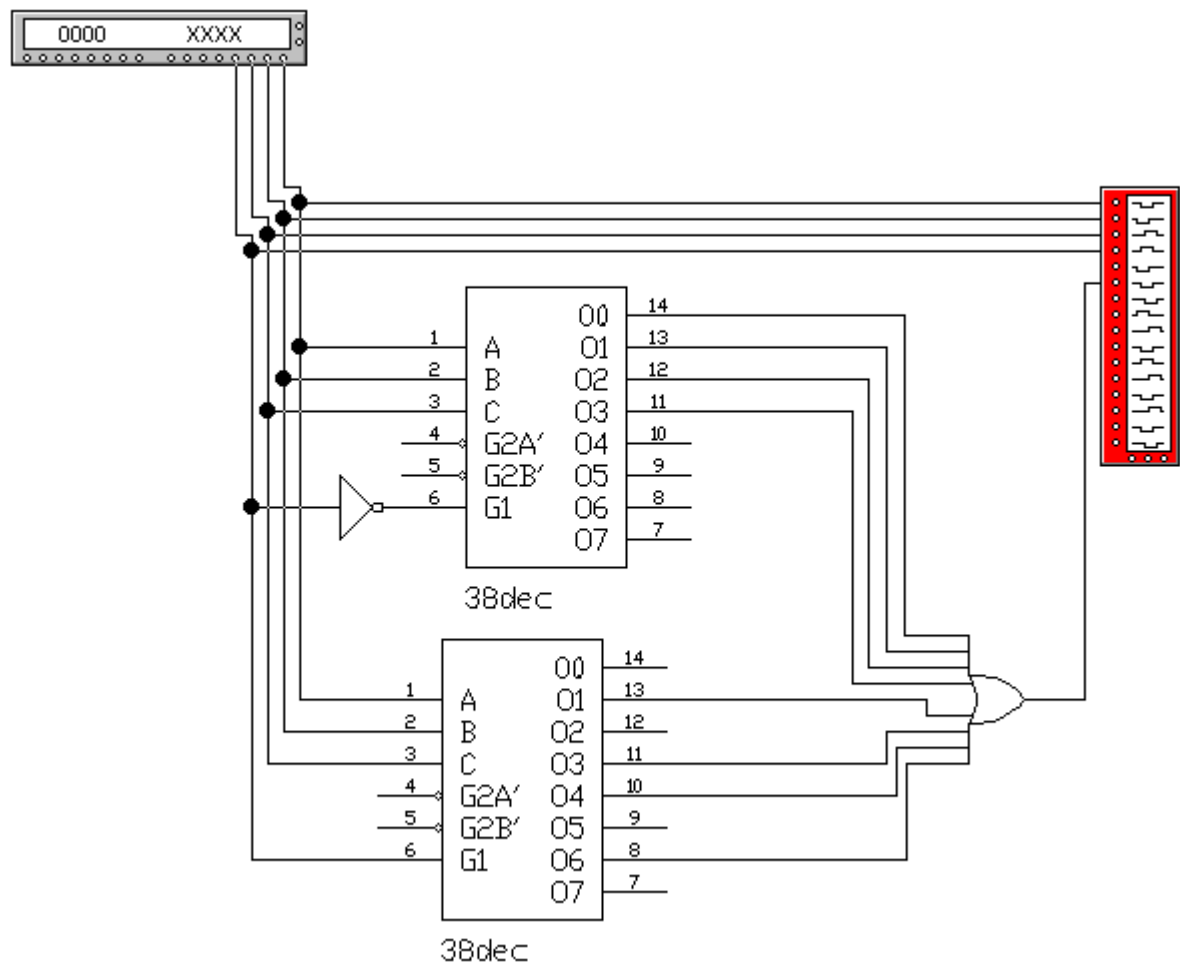


6 Виконати синтез комбінаційних схем, які реалізують наступні булеві функції:

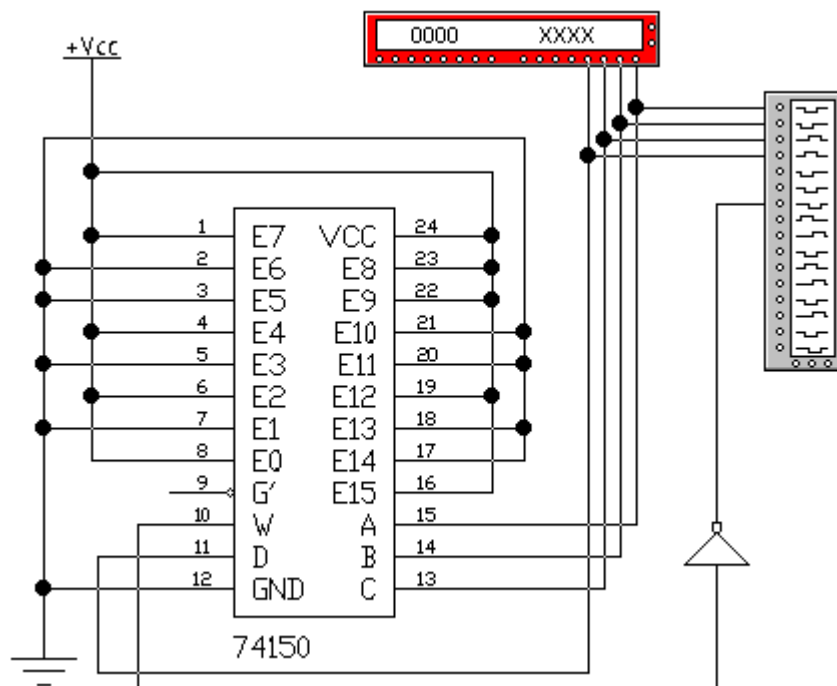
6.1 функцію f_4 за допомогою повних дешифраторів із чотирма входами



6.2 функцію f_4 за допомогою повних дешифраторів із трьома входами



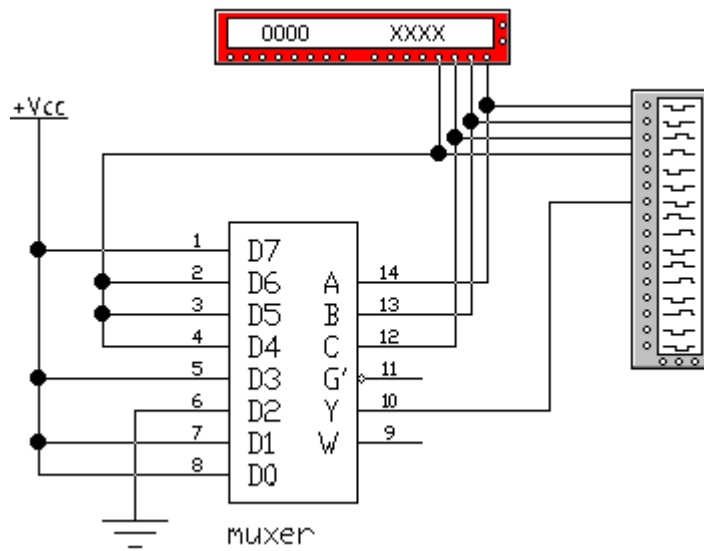
6.3 функцію f_1 за допомогою мультиплексорів із чотирма адресними входами



6.4 функцію f_2 за допомогою мультиплексорів із трьома адресними

входами

C	B	A	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	D
1	0	1	D
1	1	0	D
1	1	1	1



II. Синтез автоматів

Провести структурний синтез автомату Мілі у базисі І-НЕ з використанням JK-тригера.

Таблиця переходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	X ₁	X ₂
S ₁	S ₁	S ₁
S ₂	S ₂	S ₂
S ₃	S ₃	S ₂

$$s_1 = 00 \quad y_1 = 00 \quad x_1 = 0$$

$$s_2 = 01 \quad y_2 = 01 \quad x_2 = 1$$

$$s_3 = 10 \quad y_3 = 10$$

$$y_4 = 11$$

Таблиця виходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	X ₁	X ₂
S ₁	y ₂	y ₃
S ₂	y ₂	y ₄
S ₃	y ₁	y ₄

Таблиця переходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	0	1
00	00	00
01	01	01
10	10	01

Таблиця виходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	0	1
00	01	10
01	01	11
10	00	11

Таблиця переходів тригера

Стан JK-тригера	Вхідний сигнал(J,K)			
	00	01	10	11
0	0	0	1	1
1	1	0	1	0

$$0 \rightarrow 0 \sim 0^*$$

$$0 \rightarrow 1 \sim 1^*$$

$$1 \rightarrow 0 \sim *1$$

$$1 \rightarrow 1 \sim *0$$

Складаємо таблицю функцій збудження автомата на основі таблиці переходів:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	x=0	x=1
00	[0*] [0*]	[0*] [0*]
01	[0*] [*0]	[0*] [*0]
10	[*0] [0*]	[*1] [1*]
[A ₁ A ₂]	[J ₁ K ₁] [J ₂ K ₂]	[J ₁ K ₁] [J ₂ K ₂]

Мінімізуємо не повністю визначену функцію J_2 за допомогою К-карти:

	$\overline{A_1}$	A_1	A_1	$\overline{A_1}$
$\overline{A_2}$			101	
A_2	*	*	*	*
	$\overline{X}$	$\overline{X}$	X	X

101
111
1*1

$$J_2 = A_1 X = \overline{\overline{A_1} \overline{X}}$$

Таблиця виходів така:

Стан автомата	Вхідні сигнали	
	X=0	X=1
00	[0] [1]	[1] [0]
01	[0] [1]	[1] [1]
10	[0] [0]	[1] [1]
$[A_1 A_2]$	$[Y_1] [Y_2]$	$[Y_1] [Y_2]$

A_1	A_2	X	Y_1	Y_2
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	*	*
1	1	1	*	*

$$Y_1 = X$$

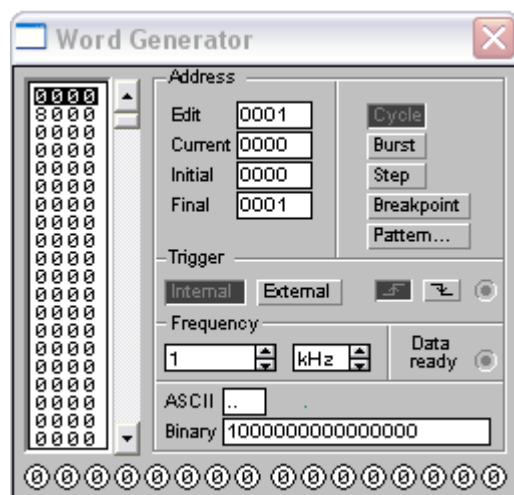
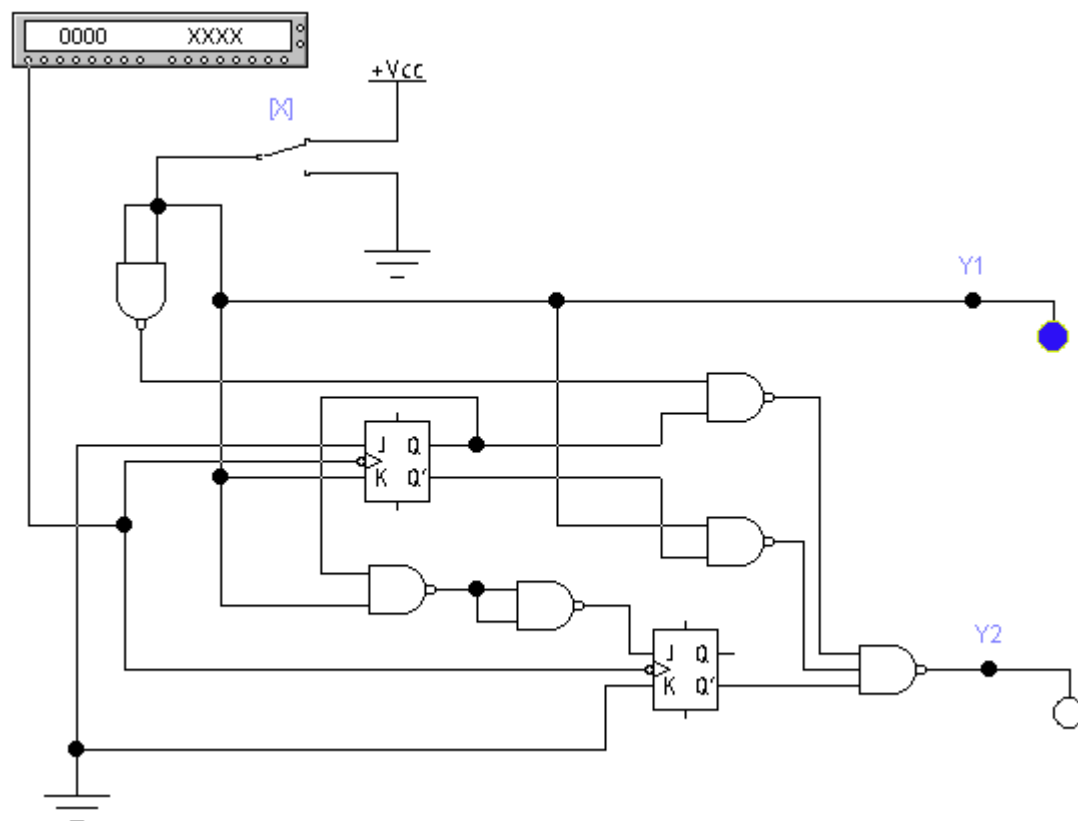
Мінімізуємо не повністю визначену функцію Y_2 за допомогою К-карти:

	$\overline{A_1}$	A_1	A_1	$\overline{A_1}$
$\overline{A_2}$	000		101	
A_2	101	011	*	*
	$\overline{X}$	$\overline{X}$	X	X

		010
		011
000	101	111
010	111	110
0*0	1*1	*1*

$$Y_2 = \overline{\overline{A_1} \overline{X}} + AX + A_2 = \overline{\overline{\overline{A_1} \overline{X}} \cdot \overline{\overline{A_1} \overline{X}} \cdot A_2}$$

Отже схема автомата Мілі така:



III. Висновки

В даній курсовій роботі розроблено універсальні (канонічні) форми представлення булевих функцій, було здійснено мінімізацію булевих функцій за допомогою К-карт, карт Карно методом Квайна – Мак-Класкі, розглядається синтез комбінаційних схем за допомогою дешифраторів та мультиплексорів з різною кількістю входів. Проведено синтез абстрактного автомату Мілі, заданого таблицею переходів та виходів.

IV. Література

1. К. Г. Самофалов, А. М. Романкевич, В. Н. Валуйський, Ю.С.Канев-ський, М. М. Піневич. *Прикладна теорія цифрових автоматів*. - К.: Вища шк, 1987.-375 с.
2. Савельев Ф. Я. *Прикладная теория цифровых автоматов: Учеб. для вузов по спец. ЭВМ*. - М.: Высш. шк., 1987. - 272 с.
3. Баранов С. И. *Синтез микропрограммных автоматов*. - Л.: Энергия, 1979. - 232 с.